Capítulo 3

Tanque calentado

3.1 Enunciado

Se dispone de un tanque calentado mediante una camisa con un fluido calefactor (Figura 3.1). Se considera que el tanque mantiene el nivel constante. Teniendo en cuenta los siguientes datos del tanque y la camisa:

- Caudal de entrada al depósito: 10 l/h
- Caudal de entrada a la camisa: 15 l/h
- Densidad del líquido del depósito: 1 kg/l
- Densidad del líquido calefactor: 1,1 kg/l
- Calor específico del líquido del depósito: 1,25 kcal/kg °C
- Calor específico del líquido calefactor: 1,3 kcal/kg °C
- Volumen del tanque: 25 l
- Volumen de la camisa: 10 l

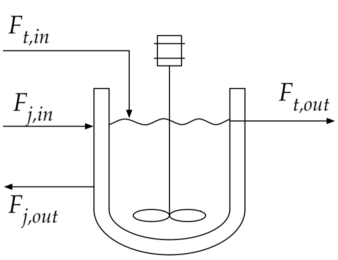

Figura 3.1: Tanque calentado mediante camisa.

- Coeficiente global de transmisión de calor (U): $5\ \mathrm{kcal/h\,m^2}$
- Área de intercambio: $31\ \mathrm{m^2}$
- Temperatura de la corriente de entrada al tanque: 50ºC
- Temperatura del fluido entrante a la camisa: 150ºC

Objetivos

1. Plantear las ecuaciones que constituyen el modelo.
2. Resolver el modelo empleando el método de Runge-Kutta 45 de Matlab.
3. Dibujar las curvas de evolución del sistema.
4. Ver el comportamiento del sistema ante un salto escalón en el caudal de entrada a la camisa y en la temperatura de entrada a la camisa.

3.2 Modelo matemático

Leyenda

$F_{t,in}$: Caudal de entrada al depósito (l/h).

$F_{t,out}$: Caudal de salida del depósito (l/h).

$F_{j,in}$: Caudal de entrada a la camisa (l/h).

$F_{j,out}$: Caudal de salida de la camisa (l/h).

V_t: Volumen de líquido en el depósito (l).

V_j: Volumen de la camisa (l).

M_t: Masa de líquido en el depósito (kg).

M_j: Masa de fluido en la camisa (kg).

ρ_t: Densidad del líquido del depósito (kg/l).

ρ_j: Densidad del fluido de la camisa (kg/l).

$C_{p,t}$: Calor específico del líquido del depósito (kcal/kg ºC).

$C_{p,j}$: Calor específico del fluido calefactor (kcal/kg ºC).

H_t: Entalpía en el depósito (kcal).

H_j: Entalpía en la camisa (kcal).

$h_{t,in}$: Entalpía específica del líquido alimentado al depósito (kcal/kg).

$h_{t,out}$: Entalpía específica del líquido saliente del depósito (kcal/kg).

$h_{j,in}$: Entalpía específica del fluido alimentado a la camisa (kcal/kg).

$h_{j,out}$: Entalpía específica del fluido saliente de la camisa (kcal/kg).

$T_{t,in}$: Temperatura del líquido alimentado al depósito (ºC).

$T_{t,out}$: Temperatura del líquido saliente del reactor (ºC).

T_t: Temperatura del líquido en el reactor (ºC).

$T_{j,in}$: Temperatura del fluido alimentado a la camisa (ºC).

$T_{j,out}$: Temperatura del fluido saliente de la camisa (ºC).

T_j: Temperatura del fluido de la camisa (ºC).

Q: Calor intercambiado entre la camisa y el depósito (kcal/h).

U: Coeficiente global de transmisión de calor (kcal/h m^2).

A: Área de intercambio de calor (m^2).

Hipótesis asumidas

1. Se asumirá mezcla perfecta en el depósito, por tanto, no habrá gradientes de ninguna de las propiedades en el seno del mismo. De este modo, la temperatura de la corriente de salida será igual a la temperatura en el depósito ($T_{t,out} = T_t$).

2. Se asumirá mezcla perfecta en la camisa, por tanto, no habrá gradientes de ninguna de las propiedades en el seno del mismo. De este modo, la temperatura del fluido a la salida de la camisa será igual a la temperatura del fluido en la camisa ($T_{j,out} = T_j$).

3. El calor específico y la densidad del fluido calefactor y del líquido del depósito se considerarán independientes de la temperatura y, por tanto, constantes en el tiempo.

Balances de materia

Si se realiza el balance de materia al depósito, puesto que la densidad no varía, se puede realizar en volumen, de este modo

$$\frac{dV_t}{dt} = F_{t,in} - F_{t,out} \tag{3.1}$$

pero como el volumen permanece constante a lo largo del tiempo

$$\frac{dV_t}{dt} = 0 \quad \Longrightarrow \quad F_{t,in} - F_{t,out} = 0 \quad \Longrightarrow \quad F_{t,in} = F_{t,out} \tag{3.2}$$

esto es, el caudal de entrada y el de salida son iguales. A partir de este punto se utilizará F_t para designar a este valor.

Del mismo modo, la densidad del fluido calefactor permanece constante, por tanto, el balance de materia expresado en volumen quedaría

$$\frac{dV_j}{dt} = F_{j,in} - F_{j,out} \tag{3.3}$$

y, puesto que el volumen de la camisa no varía

$$\frac{dV_j}{dt} = 0 \quad \Longrightarrow \quad F_{j,in} - F_{j,out} = 0 \quad \Longrightarrow \quad F_{j,in} = F_{j,out} \tag{3.4}$$

es decir, el caudal de entrada y el de salida son iguales. De aquí en adelante se utilizará F_j para designar a este valor.

Balances de energía

Si se realiza un balance de energía al depósito se tiene que

$$\frac{dH_t}{dt} = F_t \cdot \rho_t \cdot h_{t,in} - F_t \cdot \rho_t \cdot h_{t,out} + Q \tag{3.5}$$

La entalpía en el depósito se puede expresar como

$$H_t = M_t \cdot h_t = V_t \cdot \rho_t \cdot C_{p,t} \cdot T_t \tag{3.6}$$

y, dado que el volumen, la densidad y el calor específico no varían en el tiempo

$$\frac{dH_t}{dt} = \frac{d}{dt}(V_t \cdot \rho_t \cdot C_{p,t} \cdot T_t) = V_t \cdot \rho_t \cdot C_{p,t} \cdot \frac{dT_t}{dt} \tag{3.7}$$

Las entalpías del líquido entrante y saliente del depósito se pueden expresar como

$$h_{t,in} = C_{p,t} \cdot T_{t,in} \tag{3.8}$$

$$h_{t,out} = C_{p,t} \cdot T_{t,out} = C_{p,t} \cdot T_t \tag{3.9}$$

por lo que el balance de energía al depósito quedaría

$$\frac{dT_t}{dt} = \frac{1}{V_t}\left[F_t(T_{t,in} - T_t) + \frac{Q}{\rho_t \cdot C_{p,t}}\right] \tag{3.10}$$

El balance de energía a la camisa

$$\frac{dH_j}{dt} = F_j \cdot \rho_j \cdot h_{j,in} - F_j \cdot \rho_j \cdot h_{j,out} - Q \tag{3.11}$$

siguiendo un razonamiento análogo al utilizado en el balance energético al depósito, queda de la forma

$$\frac{dT_j}{dt} = \frac{1}{V_j}\left[F_j(T_{j,in} - T_j) - \frac{Q}{\rho_j \cdot C_{p,j}}\right] \tag{3.12}$$

Ecuación auxiliar

El calor intercambiado entre la camisa y el depósito depende de la diferencia de temperaturas entre ambos y, por tanto

$$Q = U \cdot A \cdot (T_j - T_t) \tag{3.13}$$

3.3 Simulación

De acuerdo con las ecuaciones anteriores, se puede realizar la simulación del calentamiento del depósito. Durante la simulación se monitorizará la evolución temporal de las temperaturas tanto del líquido en el depósito como del líquido en la camisa. Las condiciones iniciales, necesarias para la integración, serán una temperatura de 50ºC en el depósito ($T_t(0) = 50^{o}\mathrm{C}$) y de 55ºC en la camisa ($T_j(0) = 55^{o}\mathrm{C}$).

Además, se desea analizar el comportamiento del sistema frente a perturbaciones, tanto en el caudal de alimentación en la camisa como en la temperatura del fluido calefactor. Las condiciones de funcionamiento del depósito conforme avanza el tiempo viene dada por:

- 0 h – 30 h: Condiciones nominales de funcionamiento. Se analiza la evolución del sistema de acuerdo con las condiciones establecidas.
- 30 h – 60 h: $F_{j,in} = 30\,\mathrm{l/h}$ y temperatura de entrada a la camisa nominal. Se incrementa al doble el caudal de alimentación mientras se mantiene constante la temperatura del fluido.

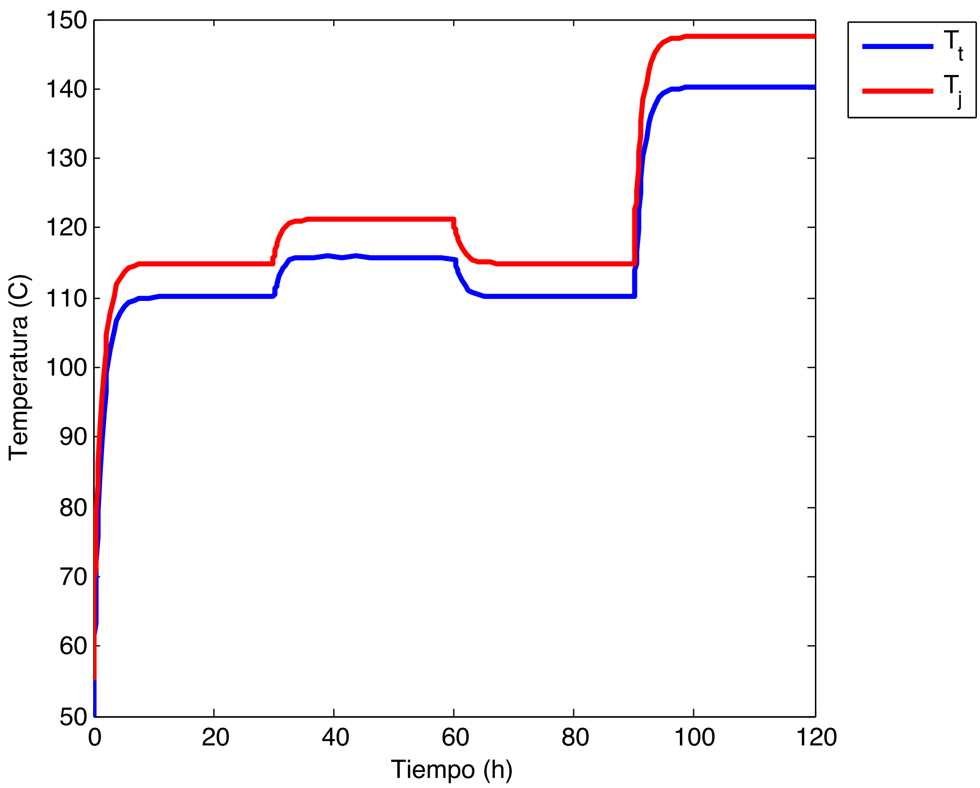

Figura 3.2: Simulación del tanque calentado.

- 60 h – 90 h: Condiciones nominales de funcionamiento. Se deja que el sistema vuelva a su régimen permanente nominal para poder analizar la siguiente perturbación.

- 90 h – 120 h: $T_{j,in} = 200$ºC y caudal de entrada a la camisa nominal. La temperatura del fluido calefactor se incrementa en 50ºC mientras se mantiene su caudal nominal.

De acuerdo con lo establecido en cuanto a condiciones iniciales de integración y perturbaciones en el tiempo, se obtiene la evolución temporal recogida en la Figura 3.2.

En la evolución de las temperaturas se aprecia cómo, en la primera etapa (0 h – 30 h) la temperatura tanto de la camisa como del depósito aumenta desde su valor inicial hasta su régimen permanente, aproximadamente 110ºC para el depósito y 115ºC para la camisa. Cuando se introduce la perturbación en el caudal de fluido a la camisa —aumento en el intervalo 30 h – 60 h— las temperaturas tanto de la camisa como del depósito aumentan, situándose aproximadamente en 121ºC y 116ºC, respectivamente.

Cuando se vuelve a las condiciones nominales (60 h – 90 h), las temperaturas de la camisa y del reactor vuelven a sus valores nominales de 115ºC y 110ºC. Al introducir la perturbación en la temperatura de la alimentación —incremento en el intervalo 90 h – 120 h— las temperaturas del reactor y de la camisa, como era de esperar, también aumentan, situándose en 140ºC y 147ºC, respectivamente.

3.4 m-file

```
function calentamiento

close all
clear all

global Ft Fj rhot rhoj Cpt Cpj Vt Vj U A Ttin Tjin

Ft = 10;     % Caudal de entrada al deposito en l/h
Fj = 15;     % Caudal de entrada a la camisa en l/h
rhot = 1;    % Densidad del liquido del reactor kg/l
rhoj = 1.1;  % Densidad del fluido calefactor kg/l
Cpt = 1.25;  % Calor especifico liquido kcal/kg C
Cpj = 1.30;  % Calor especifico fluido kcal/kg C
Vt = 25;     % Volumen del tanque l
Vj = 10;     % Volumen de la camisa l
U = 5;       % Coef transmision de calor kcal/h m2
A = 31;      % Area de intercambio en m2
Ttin = 50;   % Temp entrada al tanque en C
Tjin = 150;  % Temp entrada a la camisa en C

Tt0 = 50;
Tj0 = 55;
t0 = 0;
tf1 = 30;
tf2 = 60;
tf3 = 90;
tf4 = 120;

[t1,x1] = ode15s(@derivadas,[t0 tf1],[Tt0 Tj0]);
[t2,x2] = ode15s(@derivadas,[tf1 tf2],x1(length(t1),:));
[t3,x3] = ode15s(@derivadas,[tf2 tf3],x2(length(t2),:));
[t4,x4] = ode15s(@derivadas,[tf3 tf4],x3(length(t3),:));

t = [t1;t2;t3;t4];
x = [x1;x2;x3;x4];

plot(t,x(:,1),'b','linewidth',2)
  hold on
  plot(t,x(:,2),'r','linewidth',2)
  hold off
  xlabel('Tiempo (h)')
```

```
  ylabel('Temperatura (C)')
  legend('T_t','T_j',-1)


function d = derivadas(t,x)

global Ft Fj rhot rhoj Cpt Cpj Vt Vj U A Ttin Tjin

Tt = x(1);  % Temp del reactor en C
Tj = x(2);  % Temperatura de la camisa en C

if t>30
    Fj=20;
end
if t>60
    Fj=15;
end
if t>90
    Tjin=200;
end

Q = U*A*(Tj - Tt); % Calor intercambiado en kcal/h

% dTt/dt
d(1,1) = (Ft*(Ttin - Tt) + Q/(rhot * Cpt))/Vt;

% dTj/dt
d(2,1) = (Fj*(Tjin - Tj) - Q/(rhoj * Cpj))/Vj;
```