Problema

En un proceso de tostación de blenda ésta se calienta mediante una corriente de aire para obtener el metal en forma de óxido, desprendiéndose dióxido de azufre:

$$\mathrm{SZn} + \frac{3}{2}\mathrm{O_2} \longrightarrow \mathrm{ZnO} + \mathrm{SO_2}$$

Se pretende determinar el diámetro y la altura del lecho de un horno de lecho fluido para blenda, de 172,8 Tm/día de capacidad.

Se supone que la granulometría del mineral es uniforme con un tamaño promedio de 200 μm, siendo la temperatura del lecho 900 °C.

La concentración de oxígeno de los gases de tostación salientes del horno debe ser del 7% en volumen.

Supóngase que el mecanismo de la tostación es de "núcleo sin reaccionar" y que la etapa controlante es la reacción química en la superficie del núcleo de cada partícula (supuesta ésta esférica), según la ecuación cinética:

$$-\frac{1}{S_c}\frac{\mathrm{d}N_{\mathrm{O_2}}}{\mathrm{d}t} = k_c C_{\mathrm{O_2}}$$

siendo $k_c = 2$ cm/s, S_c la superficie de reacción y la concentración de $\mathrm{O_2}$, $C_{\mathrm{O_2}}$ se expresa como mol/cm^3.

Se desea que la conversión de la blenda al menos del 99,5%.

Datos:

$\rho = 4,13$ g/cm^3 (densidad del sólido)
$U_0 = 0,65$ m/s (velocidad de fluidización)
$X_0 = 0,65$ (porosidad del lecho)
$PM_{\mathrm{SZn}} = 97,4$ kg/kmol (peso molecular de la blenda)

Solución

1 Caudal de aire y gases de tostación

Siendo el peso molecular de la blenda $\mathrm{PM}_{SZn} = 97,4$ kg/kmol, el caudal horario en moles resulta:

$$N_{SZn} = \frac{172.800 \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{d}}}{24 \frac{\mathrm{h}}{\mathrm{d}} \cdot 97,4 \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{kmol}}} = 73,922 \frac{\mathrm{kmol}}{\mathrm{h}}$$

Según la estequiometría de la reacción, el O_2 necesario es:

$$\frac{172.800\mathrm{kg}}{24\mathrm{h} 97,5 \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{kmol}}} \cdot \frac{3}{2} \cdot 22,4 = 2481,3 Nm^3/h$$

El N_2 que le acompaña

$$\frac{79}{21} \cdot 2481,3 = 9334,2 Nm^3/h$$

El caudal de aire teórico: 2481,3+9334,2=11815,5 Nm^3/h
Los gases de tostación son:

$$\frac{172.800}{24 \cdot 97,4} \cdot 22,4 = 1654,2 Nm^3/h$$

Total: 1654,2+9334,2=10988,4Nm^3/h
Todo el aire en exceso sale como tal, sabiendo que la concentración de oxígeno es del 7% tendremos que el aire en exceso (x) es:

$$\frac{0,21 \cdot x}{10988,4 + x} = 0,07$$

Donde x=5494,2Nm^3/h
Queda: Caudal aire alimentado para tostación 11815,5+5494,2=17309,7Nm^3/h
Caudal de gases de tostación 10988,4+5494,2=16482,6Nm^3/h

2 Cálculo del diámetro del lecho

Para el cálculo del diámetro del lecho se considerará una superficie media entre la superficie $\mathrm{S}_\mathrm{L}^\mathrm{I}$ obtenida a la entrada al distribuidor y la obtenida a la salida, en la zona superior del lecho $\mathrm{S}_\mathrm{L}^\mathrm{II}$. Dado que:
$\mathrm{Q} = \mathrm{v} * \mathrm{S}_\mathrm{L}$
Teniendo como datos la velocidad de fluidización (0,65 m/s)y el caudal de gases a la entrada y a la salida(que habrá que corregir por la temperatura) tenemos las superficies del lecho.
A la entrada:

$$\frac{17309,7}{3600} \cdot \frac{1173}{273} = 20,66 m^3/h$$

$$S_L^I = \frac{20,66}{0,65} = 31,78 m^2$$

A la salida:

$$\frac{16482,6}{3600} \cdot \frac{1173}{273} = 19,67 m^3/h$$

$$S_L^I = \frac{19,67}{0,65} = 30,26 m^2$$

Se adopta como superficie media $\mathrm{S}_\mathrm{L} = 31\mathrm{m}^2$
El diámetro del lecho resulta: 6,28m.

3 Tiempo de combustión de una partícula

En esta sección se determinará *para una partícula individual* la relación entre la conversión y el tiempo de permanencia en el horno. Ha de tenerse presente que debido a las características de los hornos de lecho fluido, éstos se han de considerar como reactores de mezcla completa, por lo que las concentraciones a la salida son iguales a las existentes en el interior del horno.

En un modelo de núcleo menguante (núcleo sin reaccionar), una partícula de SZn de radio R al cabo de un tiempo t en el horno tendrá un núcleo esférico de radio r_c de blenda sin reaccionar, mientras el resto del grano será ZnO. El frente de reacción se desplaza hacia el interior de la partícula. La fracción en peso no convertida será:

$$1 - x = \left(\frac{r_c}{R}\right)^3 \tag{1}$$

Si la etapa controlante es la reacción química en la superficie del núcleo de radio r_c, es decir, si se supone ésta más lenta que la difusión del $\mathrm{O_2}$ desde el seno del gas hasta la superficie de la partícula y desde ésta a la superficie del núcleo sin reaccionar, atravesando la capa de ZnO, y también que la difusión del $\mathrm{SO_2}$ desde la superficie del núcleo hasta el seno del gas, se tendrá:

$$-\frac{1}{4\pi r_c^2}\frac{\mathrm{d}N_{\mathrm{O_2}}}{\mathrm{d}t} = k_c C_{\mathrm{O_2}} \tag{2}$$

Por la relación estequiométrica de la reacción:

$$\frac{\mathrm{d}N_{\mathrm{O_2}}}{\mathrm{d}t} = \frac{3}{2}\frac{\mathrm{d}N_{\mathrm{SZn}}}{\mathrm{d}t} \tag{3}$$

Siendo ρ_m la densidad molar de la blenda, la cantidad de blenda en un núcleo de radio r_c será:

$$N_{\mathrm{SZn}} = \rho_m \cdot \frac{4}{3}\pi r_c^3 \tag{4}$$

Derivando (4), sustituyendo en (3) y la expresión resultante en (2) se tiene:

$$-\frac{1}{4\pi r_c^2}\cdot\frac{3}{2}\rho_m 4\pi r_c^2\frac{\mathrm{d}r_c}{\mathrm{d}t} = k_c C_{\mathrm{O_2}} \tag{5}$$

Y por tanto:

$$\frac{\mathrm{d}r_c}{\mathrm{d}t} = -\frac{2}{3}\rho_m k_c C_{\mathrm{O_2}} \tag{6}$$

Integrando:

$$\int_R^{r_c} dr_c = -\frac{2}{3}\rho_m k_c C_{\mathrm{O_2}}\int_0^t dt$$

resulta:

$$t = \frac{\rho_m}{\frac{2}{3}k_c C_{\mathrm{O_2}}}(R - r_c) \tag{7}$$

Siendo:

$$\rho_m = \frac{4,13\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm^3}}}{97,4\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{mol}}} = 0,0424\frac{\mathrm{mol}}{\mathrm{cm^3}} \tag{8}$$

$$C_{\mathrm{O_2}} = 0,07\cdot\frac{1}{22.400\frac{\mathrm{cm^3}}{\mathrm{mol}}}\cdot\frac{273\mathrm{K}}{1173\mathrm{K}} = 7,27\times10^{-7}\frac{\mathrm{mol}}{\mathrm{cm^3}} \tag{9}$$

Una partícula estará totalmente tostada al cabo de un tiempo τ, tal que $r_c = 0$, es decir:

$$\tau = \frac{\rho_m}{\frac{2}{3}k_c C_{\mathrm{O_2}}}R = \frac{0,0424\frac{\mathrm{mol}}{\mathrm{cm^3}}\cdot 0,01cm}{\frac{2}{3}\cdot 2\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}}\cdot 7,27\times10^{-7}\frac{\mathrm{mol}}{\mathrm{cm^3}} = 437\mathrm{s}}$$

Pudiéndose escribir (7) como:

$$\frac{t}{\tau} = 1 - \frac{r_c}{R} \tag{10}$$

Esto quiere decir que una partícula de blenda de 200 μm se convierte completamente en ZnO al cabo de 437 segundos y sustituyendo (10) en (1) obtenemos finalmente la conversión para una partícula dentro del horno en función del tiempo:

$$1 - x = \left(1 - \frac{t}{\tau}\right)^3 \tag{11}$$

4 Tiempo medio de retención en el lecho

Dado que la blenda se alimenta continuamente al horno y la ceniza (ZnO) se extrae por rebose, también continuamente, no todas la s partículas permanecen el mismo tiempo en el lecho del horno. Unas saldrán casi sin tostar , al cabo de muy poco tiempo, y otras permanecerán mucho más tiempo del que necesitan para tostarse completamente, sin que por ello se obtenga ningún aumento del grado de conversión medio $\overline{x}$.
Si $\bar{t}$ es el tiempo medio de permanencia de la blenda en el lecho, obtenido por división entre el peso de la blenda acumulado en el lecho W y la velocidad másica de alimentación F, tal que:

$$\bar{t} = \frac{W}{F} = \frac{\rho_b S_L L(1 - x_o)}{F} = \frac{4,13 \cdot 31 \cdot L \cdot 0,35}{\frac{172800}{24 \cdot 3600}}$$

La probabilidad de que una partícula permanezca en el lecho entre t y t+dt es:

$$\frac{e^{-\frac{t}{\bar{t}}}}{\bar{t}} \cdot dt$$

En consecuencia la fracción no convertida media será la suma de las fracciones no convertidas de las partículas que está diferente tiempo en ele horno desde 0 a τ, porque a partir de ese tiempo ya no pueden convertirse más:

$$(1 - \overline{x}) = \int_0^{\tau} (1 - x) \cdot \frac{e^{-\frac{t}{\bar{t}}}}{\bar{t}} \cdot dt$$

Como teníamos que $(1-x) = (1-t/\tau)^3$, sustituimos e integramos por desarrollo en serie, resultando:

$$(1 - \overline{x}) = \frac{1}{4}(\frac{\tau}{\bar{t}}) - \frac{1}{20}(\frac{\tau}{\bar{t}})^2 + \frac{1}{120}(\frac{\tau}{\bar{t}})^3 - ...$$

Con $\tau/t < 1$. Iteramos, $\bar{t} = 10\tau = 4410s$ se obtiene $\overline{x} = 97,5\%$ insuficiente.
$\bar{t} = 100\tau = 44100s$ se obtiene $\overline{x} = 99,75\%$ excesivo.
$\bar{t} = 55\tau = 24500s$ se obtiene $\overline{x} \simeq 99,5\%$
Por tanto

$$L = \frac{F\bar{t}}{\rho_b S_L L(1 - x_o)} = \frac{2 \cdot 24500}{4130 \cdot 31 \cdot 0,35} = 1,09m$$

La altura del lecho estático sería aproximadamente:

$$L = L\frac{1 - 0,65}{1 - 0,35} = 0,6m$$